λβ ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶ-
σί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶ-
τος ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει. δύο γὰρ
ἀριθμοὶ οἱ Α Β πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους τὸν Γ
ποιείτωσαν· τὸν δὲ Γ μετρείτω τις πρῶτος ἀριθμὸς
ὁ Δ· λέγω ὅτι ὁ Δ ἕνα τῶν Α Β μετρεῖ. τὸν γὰρ Α μὴ μετρεί-
τω· καί ἐστι πρῶτος ὁ Δ· οἱ Δ Α ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλή-
λους εἰσίν. καὶ ὁσάκις ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ, τοσαῦται μο-
νάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε. ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ κα-
τὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας, ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλα-
σιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α τὸν Β πολ-
λαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν
ὁ ἐκ τῶν Δ Ε τῷ ἐκ τῶν Α Β· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς
τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ Δ Α πρῶτοι· οἱ
δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς
τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζο-
να καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, του-
τέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμε-
νον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ὁ
Δ ἄρα τὸν Β μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δεί-
ξομεν ὅτι καὶ ἐὰν τὸν Β μὴ μετρῇ,
τὸν Α μετρήσει· ὁ Δ ἄρα ἕνα τῶν
Α Β μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ἄλλως τὸ λβ τοῦ ζ

ἔστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ Α· λέγω ὅ-
τι ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ με-
τρεῖται· ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ Α,
μετρηθήσεται ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος. μετρείσθω καὶ ἔστω ἐλά-
χιστος τῶν μετρούντων αὐτὸν ὁ Β. λέγω ὅτι ὁ Β πρῶ-
τός ἐστιν. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ Β πρῶ-
τος, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀριθμοῦ
τινος. μετρείσθω ὑπὸ τοῦ Γ· ὁ Γ
ἄρα τοῦ Β ἐλάσσων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ
ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, ἀλλ' ὁ Β τὸν Α με-
τρεῖ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ ἐλάσ-
σων ὢν τοῦ Β· ὅπερ ἄτοπον.
οὐκ ἄρα ὁ Β σύνθετός ἐστι· πρῶτος ἄρα.

λγ ἅπας σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀ-
ριθμοῦ μετρεῖται. ἔστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ Α· λέγω
ὅτι ὁ Α ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. ἐπεὶ
γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ Α, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός.
μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Β. καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ Β, δῆ-
λον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις
αὐτὸν ἀριθμός. μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Γ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β
μετρεῖ, ὁ δὲ Β τὸν Α μετρεῖ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ. καὶ
εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ Γ, δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον.
εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. τοιαύ-
της δὴ γινομένης ἐπισκέψεως, ληφθήσεταί τις
πρῶτος ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς
καὶ τὸν Α μετρήσει. εἰ γὰρ οὐ ληφθήσεται, μετρήσου-
σι τὸν Α ἀριθμὸν ἄπειροι ἀριθμοί, ὧν ἕτερος τοῦ
ἑτέρου ἐλάσσων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον ἐν ἀριθμοῖς.
ληφθήσεταί τις ἄρα πρῶτος ἀριθμός, ὃς μετρή-